

به نام خدای مهربان

طراحی شده
ویژه امتحان
نهایی ۱۴۰۳

بانک سؤالات امتحانی

یازدهم

مجموعه کتاب‌های
پرسوال

ریاضی و آمار ۲

با خیال راحت (۲۰) شو!

محمد منتظران

ناظم محتوایی: مهندس امیر زراندوز

• برای دریافت آموزش
محتوای تکمیلی
این کد رو اسکن کن.



هومان

مهروماه

یازدهم

پرسؤال

ریاض و آمار ۲

سرشناسه: منتظران، محمد، عنوان و تمام
پدیاورا ریاضی و آمار (۲) پرسؤال، مشخصات
نشر: تهران، مهرماه ۱۴۰۲، مشخصات
ظاهر: مصور، جدول، نمودار، ۲۲۲، ۲۹، م.
۹-۷۵۲-۳۱۷-۶۰۰-۹۷۸، وضعیت فهرست نویسی:
فهرست مشخص، یادداشت، فهرست نویسی کامل این اثر
در نشانی <http://opac.nli.ir> قابل دسترسی است/
شماره کتابشناسی ملی: ۵۸۱۵۶۱۳

ناشر

مؤلف

ناظر محتوایی

نظارت بر تولید محتوا

مشاور علمی واحد علوم انسانی

مدیر تألیف

مسئول ویراستاری

ویراستاران علمی

ویراستار فنی

نوبت چاپ

تیراژ

شابک

قیمت

مدیر تولید

مدیر هنری

طراح جلد و گرافیک

رسام

اجرا و صفحه آرا

انتشارات مهرماه نو

محمد منتظران

مهندس امیر زراندوز

مرکز تخصصی علوم انسانی هومان

محمدجواد حیدر

امیر محمدبیگی

اشرف السادات سرکبیری

محمد بحیرایی، اشرف السادات سرکبیری

منیره فراهانی

دوم، ۱۴۰۲

۱۵۰۰ نسخه

۹۷۸-۶۰۰-۳۱۷-۷۵۲-۹

۱۱۰۰۰۰ تومان

غزاله دانش

محسن فرهادی

تایماز کاویانی

فاطمه یزدی

سپیده سخالی، فرزانه فتاحی

● برای دریافت آموزش
محتوای تکمیلی
این کد رو اسکن کن.



نشانی: تهران، میدان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، کوچه مینا، پلاک ۳۴
دفتر مرکزی: ۰۲۱-۶۶۴۰۸۴۰۰
واحد فروش: ۰۲۱-۶۶۴۰۸۴۰۳
روابط عمومی: ۰۲۱-۶۶۹۶۸۵۸۹
فروش اینترنتی و تلفنی: ۰۲۱-۶۶۴۷۹۳۹۱



mehromah.ir

© کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به انتشارات مهرماه نو می باشد. هر گونه
برداشت از مطالب این کتاب بدون مجوز کتبی از ناشر، ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

مقدمه

سلام به همه دختران و پسران دوست‌داشتنی رشته انسانی. در سال دهم، میشه گفت ریاضی و آمار شما واقعاً مفصل و زیاد بود ولی امسال و خوشبختانه حجم کتاب درسی شما کمتر از پارساله ولی فصل ۲ کتاب که تابع هست، واقعاً فصل طولانی و تقریباً دشواری هست. مخصوصاً تابع قدرمطلق، جزء صحیح و اعمال روی توابع برای خیلی از بچه‌ها سنگین و اذیت‌کننده است ولی من در این کتاب، سعی کرده‌ام که همه چیز رو به زبان ساده و قابل فهم آموزش بدم، پس اصلاً ترسی به دلتون راه ندین. بعید می‌دونم از نظر درسنامه، کتابی در بازار به کاملی این کتاب باشه ضمناً این کتاب در قسمت سؤالات، از چند قسمت تشکیل شده است: **۱** پر کردن جاهای خالی **۲** تعیین درستی یا نادرستی جملات و عبارتها **۳** سؤالات چهارگزینه‌ای **۴** سؤالات تشریحی **۵** سؤالات فراتر از کتاب

۴ قسمت اول مطابق امتحانات نهایی است ولی شماره ۵ رو که سؤالات فراتر از کتاب رو شامل میشه به این علت در این کتاب آوردیم که ممکنه یک یا چند سؤال امتحان نهایی خیلی سخت باشه و ما نمی‌خوایم شما در امتحان، حتی ۰/۲۵ نمره از دستتون در بره، البته اینم بگم که کسی که سطح ریاضیش ضعیف هست اصلاً نباید سراغ سؤالات فراتر از کتاب بره و باید روی ۴ قسمتی که گفتم تمرکز کنه. پیشنهاد من به شما اینه که خوندن ریاضی رو نذارین برای شب امتحان، چون هم فشار روحی و جسمی زیادی بهتون وارد میشه و هم اینکه به احتمال زیاد، نمره خیلی خوبی نخواهید گرفت. پس از همین الان شروع کنید به خوندن این درس جذاب لعنتی. ضمناً توجه داشته باشید که شما نیازی به خوندن کتاب درسی ندارید، چون خطبه‌خط کتاب درسی رو بررسی کرده‌ام و هر جا که کوچک‌ترین احتمالی برای سؤال دادن بوده، براتون سؤال طرح کردم، حتی از مفاهیم حفظی و مفهومی ریاضی هم سؤالاتی به شکل جای خالی یا درست نادرست داده‌ام. پس خیالتون از بابت جزئیات هم راحت باشه.

ساختار کتاب به نظرم به اندازه کافی در خصوص اهمیت امتحانات نهایی و تأثیرش در کنکور شنیدین! پس حالا وقتشه که با ساختار کتاب‌های **پرسؤال** آشنا بشید.

مشاوره هر فصل با یک **مشاوره کاربردی** شروع می‌شه که در اون مباحثی که بیشترین شانس طراحی سؤال رو دارن مشخص کردیم، همچنین در خصوص بارم اون فصل در امتحانات و اینکه چه‌جوری باید اون درس رو بخونید، کلی مشاوره کاربردی داریم.

درسنامه هدفدار بعد می‌ریم سراغ درسنامه! درسنامه‌هایی که به **سبک امتحانی** نوشته شده تا بتونید تمام نکات مهم که در سؤالات امتحانی پرتکرار هستن رو مرور کنی. با خوندن این درسنامه‌ها دیگه نیازی به کتاب درسی هم نداری.

سؤالات امتحانی بهترین روش برای موفقیت در امتحان نهایی، اینه که شما با انواع سؤالات احتمالی که ممکنه در امتحان نهایی طرح بشه آشنا بشین! برای همین به یک کتاب نیاز دارین که **پرسؤال** باشه 😊 حالا آیا درسته همین‌طوری به عالمه سؤال رو پشت سر هم بریزیم تو کتاب؟ قطعاً خیر! برای همین ما اومدیم هر فصل رو براساس طرح درس معلم‌ها، به چند درس تقسیم کردیم. حالا تو هر درس چه اتفاقی افتاده؟ هر درس از انواع مدل‌هایی که تا حالا در امتحانات نهایی سؤال طرح شده و حتی مواردی که احتمال می‌دیم امسال اضافه بشه، سؤال طرح کردیم. یعنی امکان نداره سؤالاتی تو امتحان نهایی طرح بشه و شما نمونه‌اش رو تو کتاب **پرسؤال** ندیده باشی. این‌جوری یعنی قراره با آمادگی کامل بری سر جلسه امتحان.

راستی به مورد مهم دیگه 😊 بعد از اینکه تمام سؤالات هر درس رو خوندی، برای جمع‌بندی و مرور می‌تونن بری سراغ سؤالات **پرتکرار**. دیگه چی می‌خوای؟ 😊

آزمون‌های نوبت اول و نوبت دوم بعد از مطالعه درسنامه‌های خفن و بررسی تمام سؤالات درس به‌درس، نوبت این رسیده که خودت رو بسنجی و فضای امتحانی رو برای خودت شبیه‌سازی کنی. برای همین ۶ سری سؤال امتحانی براساس بارم‌بندی استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفتیم که متوجه بشی با خودت چند چندی. 😊

با سپاس و قدردانی از

- جناب آقای اختیاری، مدیریت محترم انتشارات مهروماه به جهت این بستر مناسبی که فراهم نمودند.
 - جناب آقای امیر زراندوز برای راهنمایی‌ها و درس‌هایی که در زمینه تألیف و تدریس از ایشان آموختم.
 - جناب آقای امیر محمدبیگی به جهت تمام همراهی‌ها و هماهنگی‌های دقیق و منظم‌شان.
 - سرکار خانم میرآخورلو مسئول پروژه محترم کتاب بابت تمام پیگیری‌ها و زحمات شبانه‌روزی‌شان.
 - سرکار خانم دانش مدیر تولید محترم و تیم حرفه‌ای و کار درستشون.
 - سرکار خانم وکیلی مسئول کنترل پروژه که هماهنگی واحدها را بر عهده داشتند.
 - و در آخر از تمام عزیزان واحد روابط عمومی و فروش کمال تشکر و قدردانی را دارم.
- لازم به ذکر است که تیم تألیف این کتاب هرگز خود را مبز از اشتباه نمی‌داند و با افتخار، پذیرای انتقادات و پیشنهادات شما هستیم.

فهرست

فصل اول: آشنایی با استدلال و منطق ریاضی

درس ۱: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

درسنامه	۶
سؤالات امتحانی	۱۳
پاسخنامه	۸۸

درس ۲: استدلال ریاضی

درسنامه	۱۷
سؤالات امتحانی	۲۰
پاسخنامه	۹۳

فصل دوم: تابع

درس ۱: توابع ثابت، چندضابطه‌ای و همانی

درسنامه	۲۶
سؤالات امتحانی	۳۵
پاسخنامه	۹۴

درس ۲: توابع پلکانی و قدرمطلق

درسنامه	۴۰
سؤالات امتحانی	۴۷
پاسخنامه	۹۹

درس ۳: اعمال بر روی توابع

درسنامه	۵۰
سؤالات امتحانی	۵۶
پاسخنامه	۱۰۲

فصل سوم: آمار

درس ۱: شاخص‌های آماری

درسنامه	۶۰
سؤالات امتحانی	۶۴
پاسخنامه	۱۰۶

درس ۲: سری‌های زمانی

درسنامه	۶۷
سؤالات امتحانی	۷۰
پاسخنامه	۱۰۸

آزمون‌ها

آزمون‌های نوبت اول	۷۴
آزمون‌های نوبت دوم (شبیه‌ساز نهایی)	۷۸
پاسخ	۱۱۰

فصل سوم

آمار



شاخص‌های آماری



مشاوره: شاید بگفته‌اید که کوتاه‌ترین فصل کتاب ریاضی و آمار یازدهم، همین فصله. در واقع در این فصل با مبحث آمار مواجه هستیم و از مفاهیمی مثل میانگین و میانه که در سال دهم خون‌دین، استفاده می‌کنیم. البته در بحث شاخص پایه آموزش از مفهوم جز، صحیح (بر اکت) که در فصل ۲ همین کتاب خون‌دین بهره می‌گیریم. به نظر من، سخت‌ترین قسمت این فصل برون‌یابی هست که اکثر بچه‌ها توش به مشکل بر می‌خورن. پس حواستون به برون‌یابی باشه که شیطنت کنه به وقت و باعث نشه نمره تون کم بشه. آهان راستی داشت یاد می‌رفت بگم، از این فصل در امتحان خردادماه ۷ نمره و در امتحان شهریور و دی ۵/۵ نمره سوال طرح می‌شه. اینم بگم که رویکرد امتحان نهایی، این جوریه که سوالات تستی هم دارین و باید دقت کنید که سطح سوالات، کمی بالاتر خواهد رفت. به همین دلیل هست که ما هم در این کتاب، علاوه بر سوالات تستی از سوالات تستی هم استفاده کرده‌ایم. البته سوالات تستی امتحان نهایی، از کنگور بسیار راحت‌تر هست پس استرس و نگرانی رو بنذارید کنار و شروع کنید به خون‌دن فصل آخر کتابتون.

ما در این قسمت می‌خواهیم چندتا از شاخص‌های مهم آماری رو با هم بررسی کنیم. این شاخص‌ها معیارهایی آماری هستن که تغییرات نسبی در جامعه آماری رو نشون می‌دن. شاخص‌های آماری که در این درس بررسی می‌کنیم عبارت‌اند از:

- ۱ شاخص خط فقر
 - ۲ شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی
 - ۳ شاخص نرخ بیکاری
 - ۴ شاخص توده بدنی (نماتوب)
 - ۵ شاخص پایه آموزش
 - ۶ شاخص پوسیدگی دندان
- حالا سراغ تک‌تک این شاخص‌ها می‌ریم:

۱ شاخص خط فقر

اول باید ببینیم خط فقر به چه معنی هست. خط فقر، حداقل درآمدی هست که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است. (یعنی اون فرد، فقط بتونه زنده بمونه). دو مدل خط فقر داریم، یکی خط فقر بین‌المللی که توسط بانک جهانی حدود ۱/۲۵ دلار برای هر نفر در روز تعیین شده و دیگری خط فقر داخلی که توسط بانک مرکزی هر کشور تعیین می‌شه (با توجه به شرایط اقتصادی، سیاسی و اجتماعی هر کشور). مثلاً در سال ۱۳۹۵ خط فقر داخلی کشورمون ایران در حدود ۵۴۰ هزار تومان در ماه برای هر نفر بوده است. در ابتدای درس، کمی در مورد مفهوم شاخص آماری صحبت کردیم. الان می‌خوام به کم بیشتر از شاخص‌ها بگم. شاخص‌ها نه تنها مانند جداول فراوانی و نمودارها، متغیرهای داده‌ها رو خلاصه می‌کنن بلکه واقعیت‌های مفیدی رو از جامعه به سادگی به ما نشون می‌دن و امکان مقایسه رو فراهم می‌کنن. مثلاً شاخص خط فقر به ما کمک می‌کنه در طی زمان، امکان بررسی تأثیر سیاست‌های دولت‌ها برای فقرزدایی رو رصد کنیم.

مثال: با توجه به خط فقر بین‌المللی، مقدار خط فقر ماهانه (۳۰ روز) برای هر ۱ نفر چند تومان است؟ (هر دلار را ۵۰ هزار تومان در نظر بگیرید).
حل: شما باید حفظ باشین که خط فقر بین‌المللی روزانه برای هر نفر ۱/۲۵ دلار هست، پس برای ۱ ماه خواهیم داشت:

$$\text{تومان} = 1,875,000 = 1/25 \times 30 \times 50000$$

← قیمت هر دلار به تومان
 ← یک ماه رو ۳۰ روز فرض می‌کنیم. (طبق فرض سؤال)

روش‌های محاسبه خط فقر

اگه در بین درآمد افراد یک جامعه، داده دورافتاده نداشته باشیم، میانگین درآمدها رو حساب کرده و بر عدد ۲ تقسیم می‌کنیم. عدد حاصل، همون خط فقر است ولی اگه در بین درآمدها، داده دورافتاده داشته باشیم، باید میانه رو بر عدد ۲ تقسیم کنیم تا خط فقر به دست بیاد. البته دولت‌ها از روش بسیار دقیق‌تری برای محاسبه خط فقر استفاده می‌کنن که مدنظر کتاب درسی شما نیست.

مثال: خط فقر را در دو گروه زیر به روش مناسب پیدا کنید.
الف) ۳, ۴, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ درآمدهای گروه A بر حسب میلیون تومان
ب) ۴, ۷, ۷, ۷, ۸, ۹, ۵۴ درآمدهای گروه B بر حسب میلیون تومان

حل: الف) الان داده دورافتاده نداریم، یعنی درآمدها اختلاف فاحشی با هم ندارن، پس خواهیم داشت:

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانگین}}{2} = \frac{3+4+4+5+6+7+8}{2 \times 7} = \frac{37}{14} \approx 2/64 \text{ میلیون تومان}$$

ب) الان عدد ۵۴ داده دورافتاده یا پرت محسوب می‌شه، چون خیلی از بقیه حقوق‌ها بیشتره لذا از میانه استفاده می‌کنیم:

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانه}}{2} = \frac{7}{2} = 3/5 \text{ میلیون تومان}$$

مثال: با توجه به جدول زیر، خط فقر را به هر دو روش به دست آورید. (فقط سرپرست خانوار، شاغل است).

ردیف	درآمد ماهانه سرپرست خانوار (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار
۱	۱۰۰۰	۲
۲	۳۰۰۰	۴
۳	۳۶۰۰	۳
۴	۲۴۰۰	۱

حل: ابتدا از روش نصف میانگین استفاده می‌کنیم. برای این کار باید اول، خود میانگین رو به دست بیاریم:

$$\bar{x} = \frac{1000 + 3000 + 3600 + 2400}{2 + 4 + 3 + 1} = \frac{10000}{10} = 1000 \text{ هزار تومان}$$

$$\text{خط فقر} = \frac{\bar{x}}{2} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ هزار تومان}$$

حالا به سراغ روش دوم می‌رویم، ابتدا باید سهم درآمدی هر عضو از خانوارها رو به دست بیاریم:

$$\text{ردیف (۱)} \Rightarrow \frac{\text{درآمد}}{\text{تعداد}} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ هزار تومان}$$

$$\text{ردیف (۲)} \Rightarrow \frac{\text{درآمد}}{\text{تعداد}} = \frac{3000}{4} = 750 \text{ هزار تومان}$$

$$\text{ردیف (۳)} \Rightarrow \frac{\text{درآمد}}{\text{تعداد}} = \frac{3600}{3} = 1200 \text{ هزار تومان}$$

$$\text{ردیف (۴)} \Rightarrow \frac{\text{درآمد}}{\text{تعداد}} = \frac{2400}{1} = 2400 \text{ هزار تومان}$$

حالا سهم افراد رو از کوچک به بزرگ مرتب کرده و میانه رو به دست می‌اریم، فقط توجه کنید که مثلاً در ردیف اول جدول، تعداد اعضا ۲ نفر هستن، پس عدد ۵۰۰ رو ۲ بار می‌نویسیم یا اینکه در ردیف سوم، تعداد اعضای خانوار ۳ نفر هستن، پس عدد ۱۲۰۰ رو ۳ بار می‌نویسیم:

۵۰۰، ۵۰۰، ۷۵۰، ۷۵۰، ۷۵۰، ۷۵۰، ۱۲۰۰، ۱۲۰۰، ۱۲۰۰، ۲۴۰۰

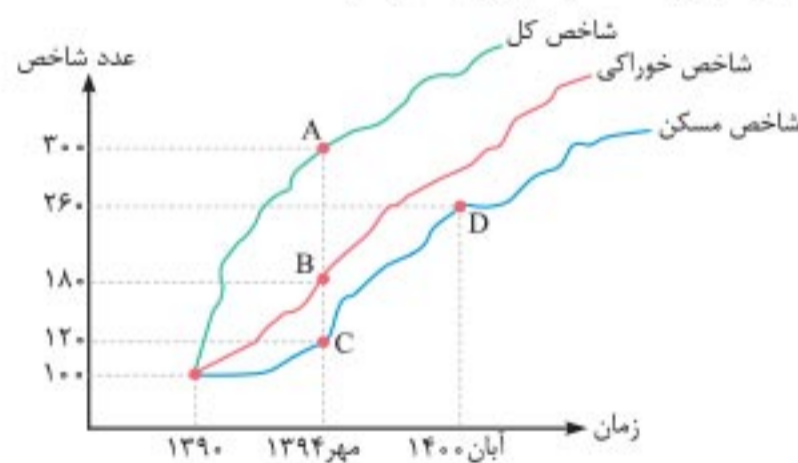
$$\text{میانه} = \frac{750 + 750}{2} = 750$$

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانه}}{2} = \frac{750}{2} = 375 \text{ هزار تومان}$$

۲ شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی

فرض کنید هدف ما کنترل فقر با شاخص بین‌المللی اون باشه و تصمیم گرفته‌ایم به خانوارهایی که درآمدی کمتر از خط فقر دارن یارانه بدیم. سؤال اینه که آیا با این تصمیم به هدف خودمون خواهیم رسید؟

برای پاسخ دقیق‌تر به این سؤال، نیاز به معرفی شاخص دیگری به نام شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی داریم. این شاخص بر اساس متوسط هزینه ۴۰۰ نوع کالا، خوراکی و خدمات برای هر ماه محاسبه می‌شه. این شاخص نسبت به یک سال پایه محاسبه می‌شه که در نمودار، اعداد ذکر شده درصد تغییرات نسبت به سال پایه (۱۳۹۰) هستن. تمام شاخص‌ها در سال پایه ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شوند.



تذکره: شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی ندارد. (مثلاً در نمودار بالا قیمت‌ها چه به دلار باشه چه به ریال، نمودار تغییری نمی‌کنه).

مثلاً فرض کنید هزینه خوراکی یک خانواده در سال پایه برابر ۲۰۰ هزار تومان بوده باشه. حالا می‌خوایم این هزینه رو در مهر ۱۳۹۴ به کمک نمودار بالا به دست بیاریم. شاخص خوراکی در مهر ۱۳۹۴ برابر عرض نقطه B یعنی ۱۸۰ هست. لذا با تشکیل یک تناسب به جواب می‌رسیم:

$$\frac{\text{شاخص خوراکی در سال پایه}}{\text{شاخص خوراکی در مهر ۹۴}} = \frac{\text{هزینه خوراکی در سال پایه}}{\text{هزینه خوراکی در مهر ۹۴}} \Rightarrow \frac{100}{180} = \frac{200}{x} \Rightarrow x = \frac{180 \times 200}{100} = 360 \text{ هزار تومان}$$

حالا فرض کنید هزینه مسکن این خانواده در سال پایه ۳۰ میلیون تومان بوده باشه. اکنون هزینه مسکن در مهر ۱۳۹۴ رو محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{شاخص مسکن در سال پایه}}{\text{شاخص مسکن در مهر ۹۴}} = \frac{\text{هزینه مسکن در سال پایه}}{\text{هزینه مسکن در مهر ۹۴}} \Rightarrow \frac{100}{120} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{120 \times 30}{100} = 36 \text{ میلیون تومان}$$

مثال: با توجه به نموداری که در صفحه قبل رسم شده، بگویید اگر هزینه مسکن خانواده‌ای در سال پایه ۴۰ میلیون تومان بوده باشد، این هزینه در آبان ۱۴۰۰ چقدر خواهد بود؟

حل: در نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات، شاخص مسکن در آبان ۱۴۰۰ برابر ۲۶۰ می‌باشد. (عرض نقطه D) پس خواهیم داشت:

$$\frac{\text{شاخص مسکن در سال پایه}}{\text{شاخص مسکن در آبان ۱۴۰۰}} = \frac{\text{هزینه مسکن در سال پایه}}{\text{هزینه مسکن در آبان ۱۴۰۰}} \Rightarrow \frac{100}{260} = \frac{40}{x} \Rightarrow x = \frac{260 \times 40}{100} = 104$$

محاسبه شاخص بهای کالاها و خدمات بدون داشتن نمودار: فرض کنید قیمت هر واحد از کالای A در سال پایه برابر x و در زمان مورد نظر ما برابر y باشد. ضمناً مقدار مصرف این کالا برابر m باشد، در این صورت شاخص بهای اون کالا برابر می‌شود با:

$$\text{فرمول (۱):} \quad \text{شاخص بها} = \frac{x \times m}{y \times m} \times 100 = \frac{x}{y} \times 100$$

دیدیم که مقدار m از صورت و مخارج حذف شد، پس اگر فقط یک کالا داشته باشیم و مقدار مصرف ثابت باشد، مقدار مصرف اون مهم نیست. حالا فرض کنید علاوه بر کالای A، یک کالای B هم داشته باشیم که قیمت هر واحد از اون در سال پایه برابر z، در سال جدید برابر t و مقدار مصرفش برابر n باشد. در این صورت شاخص بهای دو کالای A و B روی هم برابر می‌شود با:

$$\text{فرمول (۲):} \quad \text{شاخص بهای A و B} = \frac{(x \cdot m) + (z \cdot n)}{(y \cdot m) + (t \cdot n)} \times 100$$

این جا دیگه همیشه m ها رو با هم و n ها رو هم با هم ساده کرد.

مثال: قیمت هر کیلو نان در سال پایه برابر ۲۰۰ تومان و در سال ۱۳۹۸ برابر ۵۰۰ تومان و مقدار مصرفش برابر ۳۰۰ کیلوگرم در سال است. شاخص بهای نان در سال ۱۳۹۸ چقدر است؟

حل: چون فقط شاخص بهای یک کالا خواسته شده، مقدارش مهم نیست و از فرمول (۱) استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای نان} = \frac{\text{قیمت جدید}}{\text{قیمت اولیه}} \times 100 = \frac{500}{200} \times 100 = 250$$

مثال: اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ تومان باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰۰ تومان برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، مقدار شاخص بهای این دو کالا را حساب کنید.

حل: چون دو کالا مطرح شده، پس از فرمول (۲) استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای نان و گوشت} = \frac{(\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت جدید نان}) + (\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت جدید گوشت})}{(\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت قدیم نان}) + (\text{مقدار مصرف} \times \text{قیمت قدیم گوشت})} \times 100 = \frac{(1500 \times 200) + (70000 \times 80)}{(1000 \times 200) + (50000 \times 80)} \times 100$$

$$= \frac{5900000}{4200000} \times 100 = 140.5$$

البته اگر با تعداد زیاد صفرها در کسر مشکل دارید، می‌تونید ۴ ناصفر روز داخل هر پرانتز حذف کنید تا به کسر $\frac{(15 \times 2) + (7 \times 80)}{(1 \times 20) + (5 \times 80)}$ مشکل دارید، می‌تونید ۴ ناصفر روز داخل هر پرانتز حذف کنید تا به کسر $\frac{(15 \times 2) + (7 \times 80)}{(1 \times 20) + (5 \times 80)}$ برسید تا محاسباتتون راحت‌تر بشه.

محاسبه مقدار تورم

به تغییر متوسط (میانگین) قیمت کالاها و خدمات در طول زمان، تورم گفته می‌شود. تورم معمولاً به شکل درصد بیان می‌شود، مثلاً وقتی گفته می‌شود امسال، تورم مسکن نسبت به سال قبل ۲۰ درصد هست، یعنی قیمت امسال مسکن برابر هست با: $(\text{قیمت پارسال} + \frac{20}{100} \times \text{قیمت پارسال})$ = قیمت امسال مسکن

البته فرمول بالا در امتحان از شما خواسته نمی‌شود (فقط نوشتن که بدونید قیمت هر چیزی با تورم، چه جوری به دست میاد).

حالا می‌خواهیم بفهمیم خود تورم، چه جوری به دست میاد که این مهمه و از شما خواسته می‌شود:

$$\text{تورم} = \frac{(\text{شاخص بهای جدید}) - (\text{شاخص بهای قدیم})}{(\text{شاخص بهای قدیم})} \times 100$$

البته واضح هست که اگر تورم یک کالا نسبت به سال پایه خواسته بشه، در فرمول بالا به جای «شاخص بهای قدیم» عدد ۱۰۰ رو قرار می‌دیم و فرمول تورم به شکل ساده‌تر تبدیل می‌شود:

$$100 - (\text{شاخص بهای جدید}) = \text{تورم نسبت به سال پایه}$$

مثال: اگر شاخص بهای نان در سال ۱۴۰۲ برابر ۱۸۰ باشد، مقدار تورم قیمت نان نسبت به سال پایه چقدر است؟

حل: $100 - 180 = -80 = 80\%$ = تورم نسبت به سال پایه

مثال: اگر شاخص بهای خوراکی در سال ۱۴۰۲ برابر ۲۹۰ و در سال ۱۴۰۱ برابر ۲۰۰ بوده باشد، مقدار تورم بهای خوراکی در سال ۱۴۰۲ نسبت به سال ۱۴۰۱ چقدر است؟

حل: الان دیگه سال پایه مطرح نیست، پس خواهیم نوشت:

$$\text{تورم خوراکی} = \frac{(\text{شاخص بهای خوراکی در سال ۱۴۰۲}) - (\text{شاخص بهای خوراکی در سال ۱۴۰۱})}{(\text{شاخص بهای خوراکی در سال ۱۴۰۱})} \times 100 = \frac{290 - 200}{200} \times 100 = \frac{90}{200} \times 100 = \frac{90}{2} = 45\%$$

تذکره: بچه‌ها کمی قبل‌تر یک مثال در مورد محاسبه شاخص بهای نان و گوشت با هم حل کردیم و به جواب ۱۴۰/۵ رسیدیم. حالا اگر در متن سؤال، گفته می‌شد مقدار تورم نسبت به سال پایه چقدره باید به شکل مقابل عمل می‌کردیم: $140.5 - 100 = 40.5\%$



۳ شاخص نرخ بیکاری

اول باید ببینیم در علم اقتصاد به چه کسی بیکار گفته می‌شود. طبق تعریف به افراد بالای ۱۶ سال که به طور موقت بیکار شده‌اند یا اینکه به دنبال شغل هستند یا اینکه منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ مشخصی هستند، بیکار گفته می‌شود که این تعریف برای تمام کشورهای دنیا یکسان است. جمعیت فعال: در یک جامعه به تمام افراد بالای ۱۶ سال که توانایی انجام کار رو دارند، جمعیت فعال گفته می‌شود. حالا چه بیکار باشن چه شاغل، هیچ فرقی نداره، پس:

$$\text{تعداد شاغلین} + \text{تعداد بیکاران} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

نرخ بیکاری برابر است با نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال، یعنی:

مثال: در یک منطقه ۱۴۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال، شاغل هستند. ضمناً در این منطقه ۴۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال به دنبال شغل هستند و ۲۰۰ نفر هم از تاریخ مشخصی سرکار خواهند رفت:

الف) تعداد جمعیت فعال را به دست آورید.

ب) نرخ بیکاری چقدر است؟

ج) حداقل چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری به ۴ درصد برسد؟

حل:

از تاریخ مشخصی سرکار می‌روند به دنبال شغل هستند

نفر $2000 = 1400 + 200 + 400 = (\text{جمعیت شاغل}) + (\text{جمعیت بیکار}) = \text{جمعیت فعال}$ **الف)**

ب) $\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{600}{2000} \times 100 = \frac{6}{20} \times 100 = 6 \times 5 = 30\%$

ج) می‌خواهیم نرخ بیکاری از ۳۰ درصد به ۴ درصد برسه، یعنی باید تعدادی شغل ایجاد بشه تا تعداد بیکاران هم کم بشن. در این جور مسائل، بهتره که تعداد بیکاران جدید رو x در نظر بگیریم:

$$\text{نرخ بیکاری جدید} = \frac{\text{جمعیت بیکار جدید}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \Rightarrow 4 = \frac{x}{2000} \times 100 \Rightarrow 4 = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 4 \times 20 = 80$$

$$520 = 600 - 80 = (\text{تعداد بیکاران جدید}) - (\text{تعداد بیکاران اولیه}) = \text{تعداد شغل‌های ایجاد شده}$$

پس حداقل باید ۵۲۰ شغل برای ۵۲۰ نفر ایجاد بشه تا نرخ بیکاری به ۴ درصد برسه.

۴ شاخص توده بدنی (نماتوب)

این شاخص رو با نماد BMI نشون میدن و به شاخص سلامت هم معروف هست. برای محاسبه اون، وزن فرد رو بر توان دوم قدش تقسیم می‌کنیم. (وزن باید برحسب کیلوگرم باشه و قد هم برحسب متر)

$$\text{BMI} = \frac{\text{وزن}}{\text{مربع قد}}$$

عدد حاصل از BMI نشون میده که فرد موردنظر، وزن مطلوبی داره یا خیر. یعنی با توجه به سن فرد و عدد BMI به دست اومده از فرمول، میایم از جدول زیر، تشخیص می‌دیم که این فرد، چاقه یا لاغره و یا اینکه نرماله:

گروه سنی	۱۹-۲۴	۲۵-۳۴	۳۵-۴۴	۴۵-۵۴	۵۵-۶۴	۶۵ به بالا
نماتوب (BMI) مطلوب	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷

البته نیازی به حفظ جدول بالا نیست چون اگه لازم باشه خود متن سؤال، اون رو در اختیار ما قرار می‌ده. مثلاً کسی که ۳۶ سالشه و نماتوبش ۲۸ هست، اضافه وزن داره (چون نماتوب مطلوب برای سن ۳۵ تا ۴۴ سال برابر ۲۴ است).

مثال: وزن شخصی ۶۰۰۰ گرم و قدش ۱۵۰ سانتی‌متر است. مقدار شاخص سلامت (BMI) برای این شخص چقدر است؟ آیا این شخص اضافه وزن دارد یا کمبود وزن؟ (سن این فرد ۴۸ سال است).

$$\text{وزن} = \frac{6000}{1000} = 60 \text{ کیلوگرم}$$

$$\text{قد} = \frac{150}{100} = 1.5 \text{ متر}$$

$$\text{BMI} = \frac{\text{وزن}}{\text{مربع قد}} = \frac{60}{(1.5)^2} = \frac{60}{2.25} = \frac{60 \times 100}{2.25 \times 100} = \frac{6000}{225} \approx 26.6$$

حالا BMI رو به دست میاریم:

ولی BMI مطلوب برای افراد بین ۴۵ تا ۵۴ سال برابر ۲۵ است. (باتوجه به همون جدولی که گفتیم) پس این شخص اضافه وزن داره و باید به رژیم خوب بگیره تا BMI اون به عدد ۲۵ برسه.

مثال: یک سرباز در جنگ، پایش روی مین رفته و هر دو پایش را از دست می‌دهد (قدش نصف می‌شود). اگر وزن او نیز ۲ برابر شود، مقدار BMI جدید او چند برابر BMI اولیه (قبل از رفتن روی مین) است؟

حل: اولاً لازمه از همین تریبون اعلام کنم که جنگ، چیز خیلی بدیه و امیدوارم در هیچ کجای دنیا، شاهد جنگ نباشیم. ثانیاً بریم سراغ حل مسئله. مقدار BMI رو در هر دو حالت قدیم و جدید حساب می‌کنیم. (ق ← قدیم، ج ← جدید)

$$BMI_{\text{ج}} = \frac{\text{وزن جدید}}{\text{مربع قد جدید}} = \frac{2x}{\left(\frac{y}{2}\right)^2} = \frac{2x}{\frac{y^2}{4}} = \frac{2x \cdot 4}{y^2} = \frac{8x}{y^2}$$

$$BMI_{\text{ق}} = \frac{\text{وزن قدیم}}{\text{مربع قد قدیم}} = \frac{x}{y^2}$$

$$\frac{BMI_{\text{ج}}}{BMI_{\text{ق}}} = \frac{\frac{8x}{y^2}}{\frac{x}{y^2}} = \frac{8x}{x} = 8$$

حالا BMI جدید رو بر BMI قدیم تقسیم می‌کنیم:
پس BMI جدید، ۸ برابر BMI اولیه است.

۵ شاخص پایه آموزش

یکی از شاخص‌های خوانایی است که سال‌های تحصیل خواننده متون انگلیسی رو تخمین می‌زنه. برای محاسبه اون از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$A = [4 \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})]$$

منظور از کلمات «دشوار» کلمات دوهجا بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات ترکیبی آسان است. شاخص پایه آموزش عددی طبیعی بین ۱ تا ۱۲ است که پایه تحصیلی دانش‌آموز رو نشون می‌ده. توجه کنید اگر جواب A مثلاً برابر ۱۱ شد، به این معناست که کتاب مورد نظر برای دانش‌آموزی مناسب است که پایه یازدهم رو به پایان رسونده.

مثال: اگر در یک کتاب لاتین، درصد کلمات دشوار برابر ۱۵ و میانگین تعداد کلمات در هر جمله برابر ۱۲ باشد، شاخص پایه آموزش را به دست آورید و بگویید این کتاب برای چه دانش‌آموزی مناسب است؟

حل: $A = [4 \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})] = [4 \times (15 + 12)] = [4 \times 27] = [108] = 108$
پس این کتاب برای دانش‌آموزی مناسبه که پایه دهم رو تموم کرده باشه.

۶ شاخص پوسیدگی دندان

این شاخص نشون می‌ده که هر فرد به طور متوسط دارای چند دندان کشیده‌شده، پوسیده و پر شده است. مثلاً وقتی می‌گوییم شاخص پوسیدگی دندان هر ایرانی در سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده است، به این معناست که هر ایرانی به طور متوسط دارای یک دندان کشیده‌شده، یک دندان پوسیده و یک دندان پر شده بوده است. این شاخص در سال ۹۵ برابر ۶ شده است، یعنی هر ایرانی دارای ۲ دندان کشیده‌شده، ۲ دندان پوسیده و ۲ دندان پر شده بوده است. برای محاسبه درصد تغییرات (کاهش یا افزایش) این شاخص به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات شاخص پوسیدگی دندان سال A نسبت به سال B} = \frac{(\text{شاخص پوسیدگی در سال B}) - (\text{شاخص پوسیدگی در سال A})}{(\text{شاخص پوسیدگی در سال B})} \times 100$$

مثال: شاخص پوسیدگی دندان در ایران برای سال ۱۳۶۰ برابر ۳ و برای سال ۱۳۹۵ برابر ۶ بوده است. این شاخص در سال ۶۰ نسبت به سال ۹۵ چند درصد کاهش داشته است؟

حل: $\text{شاخص پوسیدگی در سال ۶۰} = \frac{(\text{شاخص در سال ۹۵}) - (\text{شاخص در سال ۶۰})}{(\text{شاخص در سال ۹۵})} \times 100 = \frac{3 - 6}{6} \times 100 = \frac{-3}{6} \times 100 = -\frac{1}{2} \times 100 = -50\%$

پس این شاخص، ۵۰ درصد کاهش یافته است.

تذکره: اگه در همین سؤال گفته می‌شد «این شاخص در سال ۹۵ نسبت به سال ۶۰ چند درصد افزایش داشته است؟» به شکل زیر عمل می‌کردیم:

$$\text{جواب} = \frac{(\text{شاخص در سال ۹۵}) - (\text{شاخص در سال ۶۰})}{\text{شاخص در سال ۶۰}} \times 100 = \frac{6 - 3}{3} \times 100 = 100\%$$

سوالات امتحان

الف جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

۲۸۵. معیار آماری که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد نام دارد.
۲۸۶. حداقل درآمدی که برای زندگی (زنده ماندن) هر نفر در یک ماه نیاز است، نام دارد.
۲۸۷. در جوامعی که اختلاف طبقاتی زیاد است برای یافتن خط فقر روش مناسب‌تر است.
۲۸۸. اگر شاخص بهای کالا افزایش یابد کاهش می‌یابد و ایجاد می‌شود.
۲۸۹. شاخص بهای تمام کالاها و خدمات در سال پایه برابر است.
۲۹۰. شاخص سلامت متغیری و است.
۲۹۱. شاخص پایه آموزشی عددی و بین تا است.

(خرداد ۱۴۰۲)



۲۹۲. واحد شاخص توده بدنی _____ بر _____ است.

۲۹۳. در رابطه BMI با ثابت بودن وزن هر چه قد بلندتر باشد BMI _____ می‌شود.

۲۹۴. تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را _____ گویند.

۲۹۵. در نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات، محور طول‌ها نشان‌دهنده _____ و محور عرض‌ها نشان‌دهنده _____ است.

۲۹۶. منظور از کلمات دشوار کلمات _____ بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات ترکیبی آسان است.

۲۹۷. خط فقر برابر است با _____ یا _____ در آمد ماهیانه.

۲۹۸. شاخص پایه آموزش بر اساس _____ و _____ تعریف می‌شود.

ب درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۲۹۹. شاخص بهای کالاها و خدمات به واحد اندازه‌گیری وابسته است تا بتوان شاخص‌های مختلف را با هم مقایسه کرد.

۳۰۰. در نمودار شاخص بهای کالا و خدمات محور عرض‌ها نشان‌دهنده سال است.

۳۰۱. خانم‌های خانه‌دار جزو جمعیت بیکار محسوب می‌شوند.

۳۰۲. دانشجویان و دانش‌آموزان جزو جمعیت فعال محسوب نمی‌شوند.

۳۰۳. مزیت خط فقط بین‌المللی نسبت به خط فقری که در داخل کشور محاسبه می‌شود، آن است که می‌توان به کمک آن کشورها را مورد مقایسه و بررسی قرار داد.

۳۰۴. مزیت خط فقر جهانی آن است که تمام شرایط اجتماعی، سیاسی و اقتصادی کشورها را در نظر می‌گیرد.

۳۰۵. میزان خط فقر در سطح بین‌المللی روزانه ۱/۲۵ دلار برای هر فرد است.

ج به سؤالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ درست دهید.

۳۰۶. هر یک از اعداد زیر درآمد یک نفر بر حسب میلیون تومان است. چند نفر زیر خط فقر به روش میانه هستند؟ ۴, ۷, ۷, ۳, ۱۲, ۱۱, ۱۷, ۱۵, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۰, ۹, ۵

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۰۷. درآمد ماهیانه ۴ خانواده به صورت زیر است. در این جامعه ۴ خانواری اگر خط فقر با استفاده از میانگین محاسبه شود، دولت باید چقدر ماهیانه به کل افراد زیر خط فقر یارانه بپردازد؟

ردیف	درآمد ماهیانه (میلیون تومان)	تعداد اعضای خانوار
۱	۲	۴
۲	۱/۴	۷
۳	۱/۹	۲
۴	۲/۷	۳

- ۱۵۰۰۰۰ (۱)
۵۰۰۰۰ (۲)
۲۰۰۰۰۰ (۳)
۳۵۰۰۰۰ (۴)

۳۰۸. در یک شهرستان ۲۰۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بالاتر شاغل‌اند. اگر در این شهرستان ۵۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر جوینای کار باشند نرخ بیکاری این شهرستان کدام است؟

- ۱۰٪ (۱) ۲۰٪ (۲) ۲۵٪ (۳) ۱۵٪ (۴)

۳۰۹. متوسط مبلغ پرداخت‌شده از سوی مصرف‌کنندگان را برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی کالا و خدمات در طول یک سال را _____ گویند. (خرداد ۱۴۰۲)

- ۱) شاخص توده بدنی
۲) شاخص آموزش
۳) شاخص خط فقر
۴) شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی

۳۱۰. کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمه سخت، مناسب چه پایه‌ای است؟ (خرداد ۱۴۰۲)

- ۱) دهم ۲) یازدهم ۳) نهم ۴) هشتم

۳۱۱. اگر شاخص مسکن در سال ۱۴۰۲ برابر ۵۰۰ و در سال ۱۳۹۲ برابر ۱۰۰ باشد، تورم در سال ۱۴۰۲ نسبت به سال ۱۳۹۲ چقدر است؟

- ۲۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴)

۳۱۲. شاخص پوسیدگی دندان در سال ۱۳۸۰ برابر ۴ بوده و در سال ۱۴۰۲ برابر ۶ شده است. این شاخص در سال ۱۴۰۲ نسبت به سال ۱۳۸۰ چند درصد افزایش یافته است؟

- ۵۰٪ (۱) ۲۵٪ (۲) ۷۵٪ (۳) ۱۰۰٪ (۴)

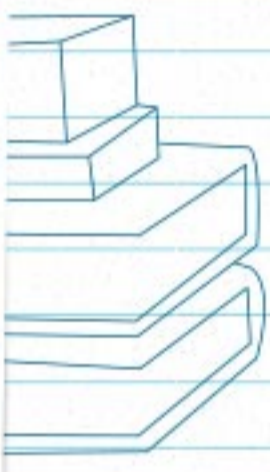
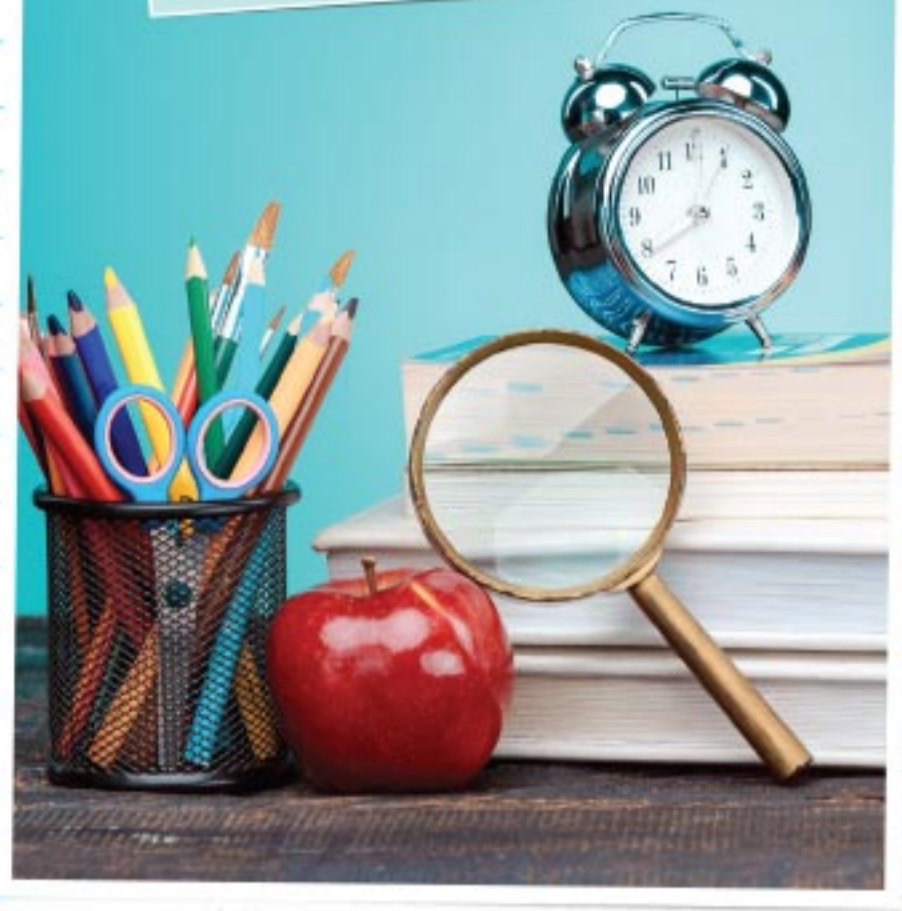
۳۱۳. در صورتی که مجموع انحرافات درآمد افراد از عدد ۱۰ برابر صفر باشد، خط فقر به کمک میانگین برابر کدام است؟

- ۲/۵ (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۲۰ (۴)

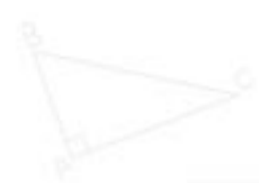


بخش دوم

آزمون‌ها



تألیفی		سوالات نوبت اول			ردیف																				
تاریخ: / /	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	رشته: علوم انسانی	درس: ریاضی و آمار ۲																						
نمره	سوالات																								
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) عبارت «از ۲۵ جذر بگیر» یک گزاره است.</p> <p>ب) تعداد حالات جدول ارزشی ۴ گزاره برابر ۸ است.</p> <p>ج) ترکیب فصلی دو گزاره تنها وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره درست باشد.</p> <p>د) نمایش پیکانی یک رابطه، وقتی تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود.</p>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>			۱																				
۱/۲۵	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابعی که برد آن تنها یک عضو دارد تابع است.</p> <p>ب) گزاره $p \vee p \sim$ گزاره همیشه و گزاره $p \wedge p \sim$ گزاره همیشه است.</p> <p>ج) اگر دو گزاره هم‌ارزش باشند در این صورت ارزش گزاره دو شرطی است.</p> <p>د) نام قانون $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ قانون است.</p>				۲																				
۱	<p>به سوالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) نمودار تابع نیمساز ربع اول و سوم است.</p> <p>ب) نقیض گزاره «امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست» کدام گزاره زیر است؟</p> <p>۱) امروز بارانی است و فردا آفتابی است.</p> <p>۲) امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی است.</p> <p>۳) امروز آفتابی نیست و فردا بارانی است.</p> <p>۴) امروز بارانی است و فردا آفتابی نیست.</p> <p>ج) نقیض گزاره $a > b$ برابر با می‌شود.</p> <p>۱) $a < b$</p> <p>۲) $a \leq b$</p> <p>۳) $a \geq b$</p> <p>۴) $a = b$</p> <p>د) تابع یک تابع چندضابطه‌ای است که در هر ضابطه، مقدار تابع عددی ثابت است.</p> <p>۱) تابع ثابت</p> <p>۲) تابع همانی</p> <p>۳) تابع پلکانی</p> <p>۴) تابع قدرمطلق</p>	<p>تابع $y = x^2 - 2x$ (۳)</p> <p>تابع $y = \frac{x-1}{3}$ (۴)</p>				۳																			
۱	<p>جملات فارسی را به ریاضی و جملات ریاضی را به فارسی (کلامی) بنویسید.</p> <p>الف) $a^2 = a ^2$</p> <p>ب) ریشه سوم حاصل ضرب دو عدد حقیقی کوچک‌تر مساوی ثلث مجموع آن دو عدد است.</p>				۴																				
۱	<p>جدول زیر را کامل کنید.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>ردیف</th> <th>گزاره</th> <th>درست</th> <th>نادرست</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱</td> <td>اگر y زوج باشد، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>۹۱ مربع کامل است یا ...</td> <td>✓</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۳</td> <td>عدد π، عددی گنگ است و ...</td> <td></td> <td>✓</td> </tr> <tr> <td>۴</td> <td>هر مربعی مستطیل است اگر و تنها اگر ...</td> <td>✓</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	ردیف	گزاره	درست	نادرست	۱	اگر y زوج باشد، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.			۲	۹۱ مربع کامل است یا ...	✓		۳	عدد π ، عددی گنگ است و ...		✓	۴	هر مربعی مستطیل است اگر و تنها اگر ...	✓					۵
ردیف	گزاره	درست	نادرست																						
۱	اگر y زوج باشد، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.																								
۲	۹۱ مربع کامل است یا ...	✓																							
۳	عدد π ، عددی گنگ است و ...		✓																						
۴	هر مربعی مستطیل است اگر و تنها اگر ...	✓																							
۱/۲۵	<p>دانش آموزی ادعا می‌کند معادله $x^2 + 2x = 0$ تنها یک ریشه دارد و آن $x = -2$ است. استدلال او در زیر آمده است. آیا استدلال او درست است؟ در صورت نادرستی، دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.</p> <p>$x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow \frac{x(x+2)}{x} = \frac{0}{x} \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$</p>				۶																				
۱/۵	<p>درستی هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید.</p>				۷																				



تألیفی		سؤالات نوبت اول		
تاریخ: / /	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	رشته: علوم انسانی	درس: ریاضی و آمار ۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	<p>جای خالی را پر کرده و بگویید از کدام روش استدلال استفاده شده و آیا روش درستی هست یا نه؟</p> <p>الف) مقدمه ۱: اگر امشب، شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است. مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه می‌باشد. ∴</p> <p>ب) مقدمه ۱: اگر باران ببارد آنگاه زمین خیس می‌شود. مقدمه ۲: زمین خیس شده است. ∴</p> <p>ج) مقدمه ۱: اگر در جلسه کنکور تمرکز نداشته باشید آنگاه قبول نخواهید شد. مقدمه ۲: رضا در کنکور قبول نشده است. ∴</p>	۳
۹	اگر گزاره‌های $(\sim p \vee q)$ و $(p \wedge r)$ هر دو ارزش نادرست داشته باشند، ارزش گزاره $\sim(p \vee \sim q) \wedge r$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۰	ثابت کنید اگر n^2 زوج باشد n زوج است.	۱/۵
۱۱	<p>کدام یک از رابطه‌های زیر که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع نیست؟ چرا؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(ب)</p> </div> </div>	۱
۱۲	ضابطه تابع زیر را مشخص کنید.	۱/۵
۱۳	ضابطه و نمودار تابع $y = \text{Sign}(x)$ را بنویسید و رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱
۱۴	<p>الف) اگر تابع $f = \{(1, a+b), (2, b+c), (3, c+a)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a، b و c را بیابید.</p> <p>ب) اگر $A = \{(4, 5), (5, a), (8, a-b)\}$ یک تابع همانی باشد، مقدار b کدام است؟</p>	۱/۵
۱۵	<p>با توجه به تابع چندضابطه‌ای $f(x)$ مقابل عبارت‌های زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $f(0) = \dots$ ب) $f(3) = \dots$</p> $f(x) = \begin{cases} x+2 & -2 \leq x < 1 \\ 3 & 1 \leq x < 2 \\ x^2 - 4 & x \geq 2 \end{cases}$	۰/۵
۱۶	<p>حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $[\sqrt{3}] =$</p> <p>ب) $[-3/2] =$</p>	۰/۵
۲۰	موفق و مؤید باشید. جمع نمره	

$$\text{میانگین} = \frac{2+1/4+1/9+2/7}{4+7+2+3} = \frac{8}{16} = 0.5$$

پس میانگین ۵۰۰ هزار تومان است.

$$\text{خط فقر} = \frac{500000}{2} = 250000$$

پس خط فقر ۲۵۰ هزار تومان است.

خانواده ردیف دوم زیر خط فقر است، پس دولت باید به هر نفر ۵۰ هزار تومان بپردازد تا به خط فقر برسد، چون تعداد اعضای خانواده ۷ نفر است. پس:
 $7 \times 50000 = 350000$

۳-۸. گزینه «۲»: نرخ بیکاری از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

$$2500 = 5000 + 2000 = \text{جمعیت شاغلین} + \text{جمعیت بیکاران} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{500}{2500} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

۳-۹. گزینه «۴»: شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی

گزینه «۲»

$$\text{شاخص} = \left[\frac{\text{میانگین تعداد} + \text{درصد}}{\text{کلمات در هر جمله} + \text{کلمات دشوار}} \right] \times 0.4$$

$$= \left[\frac{(20+8) \times 0.4}{11/2} \right] = 11$$

یعنی این کتاب برای دانش‌آموزانی مناسب است که پایه یازدهم را تمام کرده‌اند.

$$\text{نرخ تورم} = \frac{500-100}{100} \times 100 = 400\% \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$= \frac{400}{100} \times 100 = 400\%$$

۳-۱۲. گزینه «۱»: میزان تغییرات این شاخص عبارت است از:

درصد تغییرات شاخص DMFT

$$= \frac{(\text{شاخص در سال قدیم}) - (\text{شاخص در سال جدید})}{\text{شاخص در سال قدیم}} \times 100$$

$$= \frac{6-4}{4} \times 100 = \frac{2}{4} \times 100 = 50\%$$

۳-۱۳. گزینه «۳»: بچه‌ها می‌دونیم مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر

صفر است. با توجه به صورت سؤال، عدد ۱۰ میانگین است که اگر آن را بر ۲

تقسیم کنیم، خط فقر بر اساس میانگین به دست می‌آید.

$$\bar{x} = 10 \Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{\bar{x}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

۳-۱۴. می‌دونیم خط فقر جهانی در روز برای یک نفر ۱/۲۵ دلار است.

$$\text{خط فقر ماهانه برای یک نفر} = 1/25 \times 30 = 37/5$$

چون خانواده ۵ نفری است، داریم:

$$\text{دلار} = 37/5 \times 5 = 187/5$$

۳-۱۵. ۳، ۱، ۵، ۸، ۶، ۳، a، ۲، ۵، ۶

ابتدا با استفاده از خط فقر میانگین را به دست می‌آوریم:

$$\text{خط فقر} = \frac{\bar{x}}{2} \Rightarrow 2/5 = \frac{\bar{x}}{2} \Rightarrow \bar{x} = 5$$

از طرفی:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{3+1+5+8+6+3+a+2+5}{9} \Rightarrow 5 = \frac{38+a}{9}$$

$$38+a = 45 \Rightarrow a = 7$$

۲۸۴. ضابطه توابع خطی $f+g$ و $g-f$ را به دست می‌آوریم:

$$(g-f)(x) = mx + h \xrightarrow{(0,7)} (g-f)(x) = mx + 7$$

$$\xrightarrow{(-2,2)} 2 = -2m + 7 \Rightarrow 2m = 5 \Rightarrow m = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow (g-f)(x) = \frac{5}{2}x + 7$$

$$(f+g)(x) = mx + h \xrightarrow{(0,-1)} (f+g)(x) = mx - 1$$

$$\xrightarrow{(-2,2)} 2 = -2m - 1 \Rightarrow 2m = -3 \Rightarrow m = \frac{-3}{2}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x) = \frac{-3}{2}x - 1$$

$x = 6$ را در توابع فوق جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} (g-f)(6) = \frac{5}{2} \times 6 + 7 = 22 \\ (f+g)(6) = \frac{-3}{2} \times 6 - 1 = -10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(6) - f(6) = 22 \\ g(6) + f(6) = -10 \end{cases} \xrightarrow{+} 2g(6) = 12 \Rightarrow g(6) = 6$$

$$g(6) + f(6) = -10 \Rightarrow 6 + f(6) = -10 \Rightarrow f(6) = -16$$

$$g(6) + f(6) = -10 \Rightarrow 6 + f(6) = -10 \Rightarrow f(6) = -16$$

$$(f \times g)(6) = f(6) \times g(6) = 6 \times (-16) = -96$$

پاسخ سؤالات فصل سوم درس ۱

- ۲۸۵. شاخص
- ۲۸۶. شاخص خط فقر
- ۲۸۷. نصف میانه
- ۲۸۸. قدرت خرید مردم - تورم
- ۲۸۹. ۱۰۰
- ۲۹۰. کمی - نسبی
- ۲۹۷. نصف میانگین - نصف میانه
- ۲۹۸. درصد لغات دشوار - میانگین تعداد کلمات در هر جمله
- ۲۹۹. نادرست؛ این شاخص به واحد اندازه‌گیری بستگی ندارد.
- ۳۰۰. نادرست؛ محور عرض‌ها نشان‌دهنده شاخص است.
- ۳۰۱. نادرست؛ زنان خانه‌دار، دانش‌آموزان، دانشجویان و افراد سالخورده بالای ۶۵ سال جزو جمعیت بیکار محسوب نمی‌شوند.
- ۳۰۲. درست؛ زنان خانه‌دار، دانش‌آموزان و دانشجویان و افراد سالخورده بالای ۶۵ سال جزو جمعیت فعال هم محسوب نمی‌شوند.
- ۳۰۳. درست
- ۳۰۴. نادرست
- ۳۰۵. درست
- ۳۰۶. گزینه «۲»: ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۳، ۴، ۵، ۷، ۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۱۷

$$Q_2 = \frac{10+11}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$$

$$\text{خط فقر} = \frac{Q_2}{2} = \frac{10.5}{2} = 5.25$$

پس سه نفر که درآمد آن‌ها ۳، ۴ و ۵ میلیون هستند، زیر خط فقر هستند.

۳-۷. گزینه «۴»: ابتدا میانگین درآمد افراد جامعه را محاسبه می‌کنیم.

خانواده	میانگین درآمد هر فرد	تعداد اعضا
۱	۵۰۰ هزار تومان	۴
۲	۲۰۰ هزار تومان	۷
۳	۸۵۰ هزار تومان	۲
۴	۹۰۰ هزار تومان	۳



۳۲۲

$$\begin{aligned} & \text{مقدار مصرف نان} \times \text{قیمت نان در سال مورد نظر} \\ & + \\ & \text{شاخص بهای} \\ & \text{دو کالای} \\ & \text{نان و گوشت} = \frac{(\text{مقدار مصرف گوشت} \times \text{قیمت گوشت در سال مورد نظر})}{(\text{مقدار مصرف نان} \times \text{قیمت نان در سال پایه})} \times 100 \\ & + \\ & \text{مقدار مصرف گوشت} \times \text{قیمت گوشت در سال پایه} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{شاخص بهای} \\ \text{دو کالای} \\ \text{نان و گوشت} & = \frac{(1500 \times 200) + (70000 \times 80)}{(1000 \times 200) + (50000 \times 80)} \times 100 \\ & = \frac{300000 + 5600000}{200000 + 4000000} \times 100 \\ & = \frac{5900000}{4200000} \times 100 = \frac{59}{42} \times 100 \approx 1/405 \times 100 = 140/5 \end{aligned}$$

۳۲۳. به کمک این شاخص تغییرات قیمت‌ها در یک سال مشخص می‌شود و مفهوم این شاخص به این شکل است که اگر شاخص زیاد شود، تورم در جامعه وجود دارد.

۳۲۴

$$\text{شاخص بهای} - \text{شاخص بهای} \\ \text{خودرو در سال ۹۲} - \text{خودرو در سال ۹۶} \\ \text{درصد تورم} = \frac{\text{شاخص بهای خودرو در سال ۹۲}}{\text{شاخص بهای خودرو در سال ۹۶}} \times 100$$

$$\Rightarrow 60 = \frac{x - 35}{35} \times 100$$

$$60 = \frac{x - 35}{35} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{20x - 700}{35} \Rightarrow \frac{60}{1} = \frac{20x - 700}{7}$$

$$420 = 20x - 700 \Rightarrow 20x = 1120 \Rightarrow x = 56$$

۳۲۵

$$\text{BMI} = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{\text{مربع قد (متر مربع)}} \Rightarrow 22 = \frac{\text{وزن}}{(1/7)^2} \Rightarrow 22 = \frac{\text{وزن}}{2/89}$$

$$\text{وزن} = 22 \times 2/89 = 63/58 \text{ کیلوگرم}$$

۳۲۶. برای محاسبه شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای کالا} = \frac{\text{مجموع مبلغ کالا و خدمات در سال مورد نظر}}{\text{مجموع مبلغ کالا و خدمات در سال پایه}} \times 100$$

$$\text{شاخص بهای} \\ \text{گوشت مصرفی} = \frac{8000 \times 30 + 30000 \times 10 + 45000 \times 20}{5000 \times 30 + 20000 \times 10 + 30000 \times 20} \times 100$$

$$= \frac{240000 + 300000 + 900000}{150000 + 200000 + 600000} \times 100$$

$$= \frac{1440000}{950000} \times 100 \approx 1/51 \times 100 = 151\%$$

۳۲۷. الف) خط فقر ب) شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی ج) تورم

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \quad \text{۳۲۸}$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{x}{220000} \times 100$$

$$\frac{30}{1} = \frac{x}{220000} \Rightarrow x = 30 \times 220000 = 6600000$$

$$\text{جمعیت بیکار} + \text{جمعیت شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\Rightarrow 22000000 = \text{جمعیت شاغل} + 6600000$$

$$\text{جمعیت شاغل} = 22000000 - 6600000 = 15400000$$

۳۱۶. اول میانگین درآمد اعضای خانواده‌های (۱) و (۴) را به دست می‌آوریم.

ردیف	درآمد ماهیانه (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار	میانگین درآمد هر فرد خانواده
۱	۱۴۰۰	۱	۱۴۰۰
۲	۳۰۰۰	۲	۱۵۰۰
۳	۶۰۰۰	۳	۲۰۰۰
۴	۸۰۰۰	۵	۱۶۰۰
۵	۲۰۰۰	۲	۱۰۰۰

حال داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$1000, 1000, 1400, 1500, 1500, 1600, 1600$$

$$Q_7 = 1600$$

$$1600, 1600, 1600, 2000, 2000, 2000$$

$$\text{خط فقر بر حسب میانه} = \frac{1600}{2} = 800$$

۳۱۷

$$\begin{aligned} \text{هزینه پوشاک در سال پایه} &= \frac{100}{600} = \frac{1}{6} \\ \text{هزینه پوشاک در سال ۱۴۰۰} &= 520 \times \frac{1}{6} = 86.67 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{شاخص بهای} \\ \text{کفش در سال ۱۴۰۰} - \text{کفش در سال ۱۴۰۲} \\ \text{تورم} &= \frac{\text{کفش در سال ۱۴۰۰}}{\text{کفش در سال ۱۴۰۲}} \times 100 \\ &= \frac{600 \times 520}{100} = 3120 \text{ (هزار تومان)} \end{aligned}$$

۳۱۸

$$\text{شاخص بهای} \\ \text{کفش در سال ۱۴۰۰} - \text{کفش در سال ۱۴۰۲} \\ \text{تورم} = \frac{x - 300}{300} \times 100$$

$$\Rightarrow 120 = \frac{x - 300}{300} \times 100 \Rightarrow 360 = x - 300 \Rightarrow x = 660$$

۳۱۹. ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم و سپس میانه را می‌یابیم:

$$5, 5, 6, 7, 8, 10, 10, 11, 15$$

$$Q_7 = 8 \text{ میانه}$$

$$\text{خط فقر بر حسب میانه} = \frac{8}{2} = 4$$

هیچ کس زیر خط فقر قرار ندارد.

$$\text{الف} \quad \text{۳۲۰.} \quad \text{میانگین تعداد} + \text{درصد} \\ \text{کلمات در هر جمله} + \text{لغات دشوار} = \text{پایه آموزش}$$

$$= [(17+10) \times 0/4] = [27 \times 0/4] = [10/8] = 10$$

ب) برای دانش‌آموزی که پایه دهم را تمام کرده است.

$$\text{الف} \quad \text{۳۲۱.} \quad \text{افراد جویای کار} + \text{افراد شاغل} = \text{جمعیت فعال}$$

$$= 1800 + 400 = 2200$$

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{افراد جویای کار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{400}{2200} \times 100 \approx 18/18\%$$

ب) اگر x شغل ایجاد شود، پس افراد جویای کار 400 - x می‌شود. این صورت داریم:

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{400 - x}{2200} \times 100$$

چون باید نرخ بیکاری کمتر از 3 شود، داریم:

$$\frac{400 - x}{2200} \times 100 < 3 \Rightarrow \frac{400 - x}{22} < 3$$

$$\Rightarrow 400 - x < 66 \Rightarrow 400 - 66 < x \Rightarrow x > 334$$

پس باید حداقل 335 شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری کمتر از 3 درصد شود.

۳۴۳. گزینه «۲»

$$\text{نقطه میانگین} \begin{cases} \text{میانگین سال‌ها} = \frac{1+3+5+7+9+11}{6} = \frac{36}{6} = 6 \\ \text{میانگین فروش‌ها} = \frac{4+6+6+7+8+17}{6} = \frac{48}{6} = 8 \end{cases}$$

حال به کمک نقطه میانگین $A(6, 8)$ و نقطه آخر $B(11, 17)$ معادله خط را می‌نویسیم:

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{8 - 17}{6 - 11} = \frac{-9}{-5} = \frac{9}{5}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 8 = \frac{9}{5}(x - 6)$$

$$\xrightarrow{y=70} 70 - 8 = \frac{9}{5}(x - 6)$$

$$\Rightarrow 62 = \frac{9}{5}(x - 6) \xrightarrow{\times 5} 310 = 9(x - 6)$$

$$310 = 9x - 54 \Rightarrow 9x = 310 + 54 \Rightarrow 9x = 364$$

$$\Rightarrow x = \frac{364}{9} \approx 40.45$$

۳۴۴. گزینه «۲»: برای تخمین $x = 6$ به کمک درون‌یابی خطی، معادله

خطی که از دو نقطه $A \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ و $B \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، را می‌نویسیم:

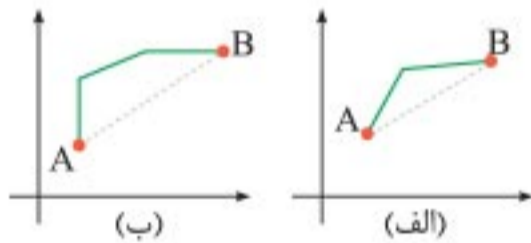
$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{7 - 5}{5 - 7} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 7 = -1(x - 5)$$

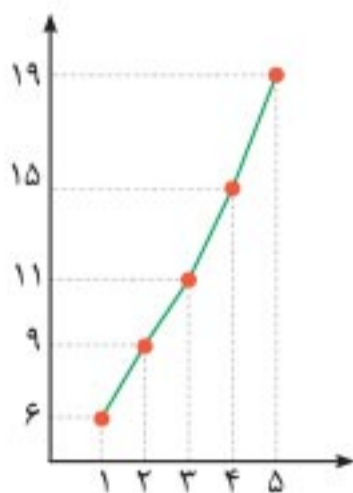
$$\Rightarrow y - 7 = -x + 5 \Rightarrow y = -x + 12$$

۳۴۵. گزینه «۴»: فقط گزینه «۴» تکرار شونده نیست، چون نمودار در فاصله $0 \leq x \leq 5$ و $5 \leq x \leq 10$ مثل هم نیست.

۳۴۶. در نمودار «الف» به دلیل اینکه خطی که نقاط A و B را به هم وصل می‌کند، به خطوط نمودار نزدیک‌تر است، خطای کمتری دارد.



۳۴۷. الف



$$\text{نقطه میانگین} \begin{cases} \text{میانگین سال‌ها} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3 \\ \text{میانگین فروش‌ها} = \frac{6+9+11+15+19}{5} = \frac{60}{5} = 12 \end{cases}$$

$$329. \frac{x \times 80000 + y \times 30000}{x \times 40000 + y \times 20000} \times 100 = \text{شاخص بهای گوشت و برنج}$$

$$\frac{10000(8x+3y)}{10000(4x+2y)} \times 100 = 190 \Rightarrow \frac{8x+3y}{4x+2y} \times 100 = 190$$

$$\Rightarrow \frac{80x+30y}{4x+2y} = \frac{190}{1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 80x+30y = 76x+38y$$

$$\Rightarrow 4x - 8y = 0 \xrightarrow{\div 4} x - 2y = 0$$

از طرفی مجموع مقدار مصرف‌شده برابر ۳۰۰ می‌باشد. پس:

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + 2y = 600 \end{cases} \Rightarrow 3x = 600 \Rightarrow x = 200$$

$$x + y = 300 \xrightarrow{x=200} 200 + y = 300 \Rightarrow y = 100$$

$$330. \text{BMI}_{\text{حامد}} = \text{BMI}_{\text{پارسا}} \Rightarrow \frac{\text{وزن حامد}}{(\text{قد حامد})^2} = \frac{\text{وزن پارسا}}{(\text{قد پارسا})^2}$$

$$\frac{128}{(\frac{1}{5} \text{قد پارسا})^2} = \frac{\text{وزن پارسا}}{(\text{قد پارسا})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{128}{\frac{64}{25} (\text{قد پارسا})^2} = \frac{\text{وزن پارسا}}{(\text{قد پارسا})^2}$$

$$\frac{128}{\frac{64}{25}} = \frac{\text{وزن پارسا}}{1} \Rightarrow \text{وزن پارسا} = \frac{128}{\frac{64}{25}} = \frac{128 \times 25}{64} = 50 \text{ کیلوگرم}$$

پاسخ سؤالات فصل سوم درس ۲

۳۳۱. سری زمانی

۳۳۲. الگو

۳۳۵. نادرست؛ اگر سری زمانی منحنی باشد، حتماً خطای درون‌یابی و برون‌یابی خواهیم داشت.

۳۳۶. درست؛ چون این نمودارها مرتباً در فواصل خاصی تکرار می‌شوند، پس می‌توان مقادیر متغیر را در آینده و گذشته تخمین زد.

۳۳۷. نادرست

۳۳۸. درست؛ چون فواصل زمانی منظم و ثابت (سالانه) است.

۳۳۹. درست؛ اگر نقطه خواسته‌شده به همراه دو نقطه قبل و بعد آن روی یک خط راست باشد، درون‌یابی خطا ندارد. مثلاً در شکل مقابل درون‌یابی در نقطه B بدون خطا است.

۳۴۰. درست

مقدار تخمین زده شده - مقدار واقعی = خطای e

۳۴۱. گزینه «۳»: نمودار این گزینه بیاتر سری زمانی نیست. چون اختلاف زمان‌های متوالی باید عددی ثابت باشد، در ابتدا اختلاف دو زمان متوالی ۳ است ولی ۱۱ و ۱۵، چهار واحد اختلاف دارند.

۳۴۲. گزینه «۲»: به هیچ فرمولی نیاز نداریم، چون عدد ۹ وسط دو عدد ۸ و ۱۰ است، پس کفایت میانگین تورم در سال‌های ۸ و ۱۰ را حساب کنیم.

$$\text{جواب} = \frac{20+26}{2} = \frac{46}{2} = 23$$

پاسخ آزمون شماره «۱» نوبت اول / تالیفی

۱. الف نادرست (۰/۲۵)

توضیح: جملات امری گزاره محسوب نمی‌شوند.

ب نادرست (۰/۲۵)

توضیح: تعداد حالات n گزاره برابر ۲ⁿ می‌باشد، پس اگر ۴ گزاره داشته باشیم، جدول ارزشی آن ۱۶ = ۲^۴ حالت دارد.

ج نادرست (۰/۲۵)

توضیح: ترکیب فصلی دو گزاره زمانی درست است که حداقل یکی از دو گزاره درست باشد.

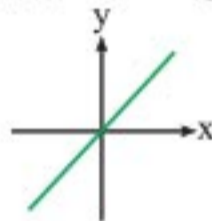
د درست (۰/۲۵)

۲. الف ثابت (۰/۲۵) ب درست (۰/۲۵) - نادرست (۰/۲۵) ج درست (۰/۲۵)

د دموورگان (۰/۲۵)

۳. الف گزینه «۱» (۰/۲۵)

توضیح: نمودار تابع همانی $y = x$ همان نیمساز ناحیه اول و سوم است.



ب گزینه «۲» (۰/۲۵)

توضیح: نقیض گزاره «امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست»، به صورت «امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی است» می‌باشد.

ج گزینه «۲» (۰/۲۵)

توضیح: نقیض $a > b$ به صورت $a \leq b$ است.

د گزینه «۳» (۰/۲۵)

توضیح: تابع پلکانی تابعی چندضابطه‌ای است که هر ضابطه آن عددی ثابت است.

۴. الف قدر مطلق مربع هر عدد حقیقی با مربع قدر مطلق آن عدد برابر است. (۰/۵)

ب $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ (۰/۵)

۵. اگر y زوج باشد، آنگاه ۲۵ مربع کامل است. (۰/۲۵)

درست است

توضیح: چون تالی درست است، پس ارزش این گزاره درست است.

۶. مربع کامل است یا $\sqrt{5}$ عددی گنگ است. (۰/۲۵)

نادرست است

توضیح: چون گزاره اول نادرست است، برای اینکه ارزش گزاره درست شود باید گزاره‌ای بنویسیم که ارزش آن درست باشد.

۷. عدد π ، عددی گنگ است و $\frac{1}{4}$ عددی صحیح است. (۰/۲۵)

درست است

توضیح: چون گزاره اول درست است پس باید گزاره‌ای بنویسیم که ارزش آن نادرست باشد.

۸. هر مربعی مستطیل است اگر و تنها اگر عدد ۲۴ بر ۳ و ۸ بخش پذیر است. (۰/۲۵)

درست است

چون گزاره اولی درست است، پس باید گزاره‌ای بنویسیم که ارزش آن نیز درست باشد.

۹. استدلال او نادرست است. (۰/۲۵) چون اجازه نداریم طرفین تساوی را بر مجهول تقسیم کنیم (۰/۲۵) روش درست به صورت زیر است:

$$x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases} \quad (۰/۵)$$

۳۵۵. $m = \frac{12-8}{7-9} = \frac{4}{-2} = -2$: تخمین انتهای، (۷، ۱۲): انتهای، (۹، ۸): تخمین

\Rightarrow معادله خط: $y - y_0 = m(x - x_0)$

میانگین کالاهای فروخته شده $= \frac{8+x+5+y+15+10+12}{7}$
 $= \frac{x+y+50}{7}$

میانگین هفته‌ها $= \frac{1+7}{2} = 4 \Rightarrow$ میانگین $(4, \frac{x+y+50}{7})$

نقطه میانگین در معادله خط به دست آمده صدق می‌کند:

$y = -2x + 26 \xrightarrow{(4, \frac{x+y+50}{7})} \frac{x+y+50}{7} = -2(4) + 26$

$\Rightarrow \frac{x+y+50}{7} = 18$

$x+y+50 = 126 \Rightarrow x+y = 126 - 50 = 76$

۳۵۶. می‌توان جدول را به صورت زیر در نظر گرفت:

a	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
b	۱۲	۱۱	۵	۱۳	۷	۱۵	x	۱۵

انتهای

تخمینی

میانگین روزها $= \frac{1+2+3+\dots+7}{7} = \frac{28}{7} = 4$

میانگین مقدار بارندگی $= \frac{12+11+5+13+7+15+x}{7} = \frac{63+x}{7}$

(۷، x) انتهای، میانگین $(4, \frac{x+63}{7})$ ، تخمینی (۱۱، ۱۵)

معادله خط: $m = \frac{x - \frac{x+63}{7}}{7-4} = \frac{7x-x-63}{3} = \frac{6x-63}{3}$

$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - x = \frac{6x-63}{3}(x-7)$

$\xrightarrow{A \parallel 15} 15 - x = \frac{6x-63}{3}(11-7) \Rightarrow 15 - x = \frac{(2x-21)}{3} \times 4$

$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 105 - 7x = 8x - 84 \Rightarrow 15x = 189$

$\Rightarrow x = \frac{189}{15} = 12\frac{3}{5}$

هفته اول: $\bar{x} = \frac{63+x}{7} = \frac{63+12\frac{3}{5}}{7} = \frac{75\frac{3}{5}}{7} = 10\frac{1}{8}$

۳۵۷. برای درون‌یابی در ساعت ۱۲ از نقاط (۱۱، ۷۵۰) و (۱۳، ۸۰۰) استفاده شده است. پس معادله خط گذرا از این دو نقطه را می‌نویسیم:

$m = \frac{800-750}{13-11} = \frac{50}{2} = 25$

معادله خط: $y = 25x + n$

نقطه (۱۳، ۸۰۰) روی خط قرار دارد، پس مختصاتش در معادله خط صدق می‌کند:

$800 = 25 \times 13 + n \Rightarrow n = 475$

بنابراین معادله خط عبارت است از:

$y = 25x + 475$

پس درون‌یابی تعداد مشتریان برای ساعت ۱۲ برابر است با:

$y = 25 \times 12 + 475 = 775$

با توجه به جدول، تعداد واقعی مشتریان در ساعت ۱۲ برابر با ۸۵۰ است. پس خطای درون‌یابی برابر است با:

$|850 - 775| = 75$



$$\begin{cases} a+b=1 \\ b+c=2 \quad (0/25) \\ c+a=3 \end{cases}$$

هر سه معادله را با هم جمع می‌کنیم و سپس همگی را بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$2a+2b+2c=6$$

$$a+b+c=3 \quad (0/25)$$

$$\bar{x} = \frac{a+b+c}{3} = \frac{3}{3} = 1 \quad (0/25)$$

ب همه عضوهای دوم باید ۵ باشند، لذا: $a=5$ (0/25)

$$a-b=8 \xrightarrow{a=5} 5-b=8 \rightarrow -b=8-5 \rightarrow -b=3 \rightarrow b=-3 \quad (0/25)$$

۱۵ $-2 \leq 0 < 1 \rightarrow f(0) = 0+2=2$ (0/25)

$3 \geq 2 \rightarrow f(3) = 3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$ (0/25)

۱۶ $1 < \sqrt{3} < 2 \rightarrow [\sqrt{3}] = 1$ (0/25)

$-4 < -3/2 < -3 \rightarrow [-3/2] = -4$ (0/25)

پاسخ آزمون شماره «۲» نوبت اول / تألیفی

۱ الف درست (0/25)

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

ب نادرست (0/25) برد تابع ثابت فقط شامل یک عضو است.

ج درست (0/25) تابع علامت یک تابع پله‌ای است، زیرا ضابطه‌های آن عدد ثابت است.

د نادرست (0/25) ترکیب عطفی است.

۲ الف مقدم - تالی (0/25) **ب** همانی (0/25) **ج** \mathbb{R} (0/25)

د $\sim p \wedge \sim q$ (0/25) **ا** مغالطه (0/25)

۳ الف گزینه «۳» (0/25)

ب گزینه «۳» (0/25) قانون دمورگان $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

ج گزینه «۲» (0/25) $(F \Rightarrow p) \equiv T$

د گزینه «۱» (0/25) g همانی است، پس $g(-1) = -1$ از طرفی f تابعی ثابت

است و چون $f(2) = 3$ پس $f(7) = 3$ در این صورت:

$$g(-1) + f(7) = -1 + 3 = 2$$

۴ ۱ $\sqrt{2}$ عددی گنگ است. (0/25) **۲** درست (0/25) **۳** تهران پایتخت ایران است. (0/25)

ردیف اول: $\sqrt{2}$ عددی گنگ است و ۱۱ عددی اول است.

T T

ردیف دوم: اگر ۳ زوج است \Leftrightarrow ۱۵ اول است.

F F

ردیف سوم: عدد ۵ مرکب است یا تهران پایتخت ایران است.

T F

۵ الف $\Delta x + 4 > x$ (0/25)

ب $2x^2 = 4x^2$ (0/25)



۷

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

(0/25) (0/25) (0/25)

۸ الف آنگاه ماه کامل است. (0/25) نام استدلال: قیاس استثنایی (0/25) روش و نتیجه آن درست است. (0/25)

ب باران باریده است. (0/25) نام استدلال: قیاس استثنایی (0/25) روش و نتیجه آن درست است. (0/25)

ج رضادر جلسه کنکور تمرکز نداشته است. (0/25) نام استدلال: مغالطه (0/25) روش این استدلال نادرست است. (0/25)

۹ چون $\sim p \vee q$ نادرست است پس باید هم $\sim p$ و هم q هر دو نادرست باشند پس باید p درست (0/25) و q نادرست (0/25) باشد. از طرفی $p \wedge r$ نادرست است، چون p درست است، پس باید r حتماً نادرست باشد. (0/25)

$\sim(p \vee \sim q) \wedge r$ (0/25)

T	T
T	F
F	F
F	F

۱۰ اگر n^2 زوج باشد، آنگاه n زوج است. برای اثبات این گزاره نیاز به عکس نقیض آن داریم. $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ (0/25)

عکس نقیض آن به صورت «اگر n فرد باشد n^2 فرد است» می‌باشد. (0/25) فرض می‌کنیم n فرد باشد، پس $n = 2k + 1$ ، حال n را به توان دو می‌رسانیم:

$$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 \Rightarrow n^2 = 2m + 1 \quad (0/25)$$

پس n^2 نیز عددی فرد است. به خاطر اینکه عکس نقیض درست است، پس گزاره هم درست است. (0/25)

۱۱ الف تابع است چون از هر کدام از عضوهای مجموعه اول $\{1, 2\}$ یک پیکان خارج شده است. (0/25) **ب** تابع نیست. به دو دلیل:

۱ از عضو ۱ دو پیکان خارج شده **۲** از عضو ۲ پیکانی خارج نشده است. (0/25)

۱۲

$$x \leq 0 \quad A \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right. \quad B \left| \begin{matrix} -2 \\ +2 \end{matrix} \right. \Rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 0}{-2 - 0} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = -1(x - 0) \Rightarrow y = -x \quad (0/25)$$

$$0 \leq x < 2 \quad A \left| \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \right. \quad C \left| \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right. \Rightarrow m = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{0 - 2}{0 - 2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x \quad (0/25)$$

تابع ثابت $y = 2$ است. (0/25) $x \geq 2$

$$f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 0 \\ x & 0 \leq x < 2 \\ 2 & x \geq 2 \end{cases} \quad (0/25)$$

۱۳

$$y = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad R = \{-1, 0, 1\}$$

(0/25) (0/25)

